

Symbole  $A$ ,  $O$ ,  $V$  anzuwenden; auch ist die elektrische Arbeitseinheit (*i. e.*) nach den Pariser Beschlüssen als ein „Joule“ und der Effekt, ein Joule pro Sekunde, als ein „Watt“ zu bezeichnen. Die außerordentliche Fülle sorgfältig ausgeführter, anschaulicher Figuren — 452 auf 346 Seiten, die sehr willkommen zu nennende Einführung, die Hauptformeln durch kräftige Striche einzurahmen, so daß sie beim Nachschlagen in die Augen springen, dabei Knappheit der Form und Reichhaltigkeit an Inhalt und Aufgaben werden dem Buche zweifellos eine gute Aufnahme sichern.

*St. Meyer.*

**Elementary Principles in statistical mechanics**, developed with especial reference to the rational foundation of thermodynamics by J. Williard Gibbs, Professor of Mathematical Physics in Yale University New-York, Charles Scribner's sons; London: Edward Arnold, 1902. (XVIII und 207 S.)

Wer das neue Buch des Verfassers zu besprechen hat, kann nur W. Ostwald unbedingt zustimmen, der erklärte, man könne bei einem solchen Meister nicht besser tun, als den Verfasser selbst reden zu lassen. So sei denn auch hier der Vorrede des Werkes Raum gegeben und zwar in der Übersetzung, die W. Ostwald gegeben hat. Sie lautet:

„Der übliche Gesichtspunkt beim Studium der Mechanik ist der, bei welchem das Augenmerk wesentlich auf die Änderungen gerichtet ist, welche im Laufe der Zeit in einem gegebenen Gebilde stattfinden. Die Hauptaufgabe ist die Bestimmung des Zustandes des Gebildes bezüglich der Konfiguration und der Geschwindigkeiten zu einer vorgeschriebenen Zeit, wenn der Zustand in diesen Beziehungen für irgend eine Zeit gegeben war, und die fundamentalen Gleichungen sind die, welche die stetig verlaufenden Änderungen darstellen, die in dem Gebilde stattfinden. Untersuchungen solcher Art werden oft vereinfacht, wenn Zustände des Gebildes betrachtet werden, die von denen verschieden sind, durch die das Gebilde wirklich geht oder zu gehen angenommen wird, doch wird unsere Aufmerksamkeit gewöhnlich nicht über Bedingungen hinausgeführt, die unendlich wenig verschieden sind von denen, die wir als die wirklichen ansehen.

Für gewisse Zwecke wird aber eine weitere Auffassung der Aufgabe wünschenswert. Wir können uns eine große Anzahl von Gebilden gleicher Natur aber verschieden nach Konfiguration und Geschwindigkeiten, die in einem gegebenen Augenblicke bestehen, vorstellen, die nicht unendlich wenig von einander verschieden sind, sondern möglicherweise das ganze Gebiet der denkbaren Kombination von Konfiguration und Geschwindigkeit umfassen. Und hier können wir uns die Aufgabe stellen, nicht einem einzelnen Gebilde durch seine aufeinanderfolgenden Konfigurationen nachzugehen, sondern zu bestimmen, wie sich die Gesamtzahl der Gebilde unter die verschiedenen denkbaren Konfigurationen und Geschwindigkeiten zu einer gegebenen Zeit verteilt, wenn die Verteilung für eine bestimmte Zeit gegeben war. Die fundamentale Gleichung für diese Untersuchung wird die zeitliche Änderung in der Anzahl der Gebilde angeben, die zwischen unendlich kleinen Grenzen von Konfiguration und Geschwindigkeit befindlich sind.

Derartige Untersuchungen sind von Maxwell statistische genannt worden. Sie gehören einem Gebiete der Mechanik an, das seine Entstehung

dem Wunsche verdankt, die Gesetze der Thermodynamik aus mechanischen Prinzipien zu erklären und als dessen erste Begründer Clausius, Maxwell und Boltzmann zu nennen sind. Die ersten Untersuchungen in diesem Gebiete hatten allerdings ein etwas engeres Ziel als das bezeichnete, denn sie bezogen sich nicht sowohl auf unabhängige Gebilde als vielmehr auf die Partikeln eines Gebildes. Die statistischen Untersuchungen wurden zunächst auf die Phasen (oder Zustände bezüglich Konfiguration und Geschwindigkeiten) gerichtet, die sich in einem Gebilde zeitlich folgen. Die ausdrückliche Betrachtung einer großen Anzahl von Gebilden und von deren Phasenverteilung, ferner der Dauer oder Veränderlichkeit dieser Verteilung in der Zeit findet sich wohl zuerst in Boltzmanns Abhandlung: „Über den Zusammenhang zwischen den Sätzen über das Verhalten mehratomiger Gasmoleküle mit Jacobis Prinzip des letzten Multiplikators“ (1871).

Wenn aber auch geschichtlich die statistische Mechanik ihre Entstehung aus thermodynamischen Anlässen genommen hat, so scheint sie doch einer unabhängigen Entwicklung durchaus würdig, sowohl wegen der Eleganz und Einfachheit ihrer Prinzipien, wie deshalb, weil sie neue Resultate ergibt und alte Wahrheiten in neuem Lichte erscheinen läßt, auch in Gebieten, die ganz außerhalb der Thermodynamik liegen. Außerdem scheint das gesonderte Studium dieses Teils der Mechanik die beste Unterlage für das Studium der rationellen Thermodynamik und der Molekularmechanik zu liefern.

Die Gesetze der Thermodynamik, wie sie erfahrungsgemäß bestimmt sind, stellen das angenäherte und wahrscheinliche Verhalten von Gebilden dar, die aus einer sehr großen Zahl von Teilchen bestehen, oder besser, sie stellen die Gesetze der Mechanik derartiger Gebilde dar, wie sie solchen Wesen erscheinen, deren Feinheit der Wahrnehmung nicht ausreicht, um Größen von der Ordnung ihrer einzelnen Teile zuerkennen, und welche ihre Versuche nicht oft genug wiederholen können, um die wahrscheinlichsten Resultate zu erhalten. Die Gesetze der statistischen Mechanik finden ihre Anwendung auf konservative Gebilde von jedem beliebigen Grade der Freiheit und sind exakt. Dies macht ihre Aufstellung nicht schwieriger, als die der angenäherten Gesetze für Gebilde mit sehr vielen Freiheiten, oder für begrenzte Klassen solcher Gebilde. Eher ist das umgekehrte der Fall, denn unsere Aufmerksamkeit wird nicht von Wesentlichem durch die Besonderheiten des betrachteten Gebildes abgelenkt und wir brauchen uns nicht mit der Frage zu befassen, ob die Wirkung der vernachlässigten Größen und Umstände im Resultat vernachlässigt werden darf. Die Gesetze der Thermodynamik lassen sich leicht aus den Prinzipien der statistischen Mechanik entwickeln, deren unvollkommener Ausdruck sie sind, aber diese stellen einen einigermaßen blinden Führer beim Suchen nach jenen Gesetzen dar. Dies ist vielleicht die Hauptursache für den langsamen Fortschritt der rationellen Thermodynamik, verglichen mit der rapiden Entwicklung der Folgerungen aus ihren empirisch entwickelten Gesetzen. Es muß noch hinzugefügt werden, daß die rationelle Begründung der Thermodynamik in einem Gebiete der Mechanik lag, dessen fundamentale Begriffe und Prinzipien den Forschern der Mechanik ebenso unbekannt waren, wie ihre charakteristischen Operationen.

Wir dürfen somit vertrauen, daß nichts mehr zu einer klaren Auffassung der Beziehung zwischen der Thermodynamik und der rationellen Mechanik

und zu der Deutung der beobachteten Tatsachen bezüglich ihrer Beweiskraft für die molekulare Konstitution der Körper führen wird, als das Studium der fundamentalen Begriffe und Prinzipien desjenigen Teils der Mechanik, mit welchem die Thermodynamik in besonders naher Beziehung steht. — Fernerhin vermeiden wir sehr erhebliche Schwierigkeiten, wenn wir den Versuch aufgeben, Hypothesen über die Konstitution der materiellen Körper zu bilden, und statt dessen die statistischen Untersuchungen als ein Gebiet der rationalen Mechanik verfolgen. Bei dem gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft erscheint es kaum möglich, eine dynamische Theorie der molekularen Vorgänge zu bilden, welche die Erscheinungen der Thermodynamik, der Strahlung und der elektrischen Vorgänge umfassen könnte, die bei der Vereinigung der Atome auftreten. Und dennoch ist jede Theorie unadäquat, welche nicht alle diese Erscheinungen erklärt. Selbst wenn wir unsere Aufmerksamkeit ausschließlich auf die ausgesprochen thermodynamischen Vorgänge beschränken wollen, geraten wir doch schon in Schwierigkeiten bei einer so einfachen Angelegenheit, wie die Anzahl der Freiheiten in einem zweiatomigen Gase. Es ist wohlbekannt, daß, während die Theorie in diesem Falle sechs Freiheitsgrade ergibt, unsere Versuche über die spezifische Wärme nur deren fünf erkennen lassen. Sicherlich baut der sein Haus auf unsichere Fundamente, wer seine Arbeit auf Hypothesen über die Konstitution der Materie stützt.

Schwierigkeiten dieser Art haben den Verfasser von dem Versuche zurückgehalten, die Geheimnisse der Natur zu erklären, und haben ihn gezwungen, sich mit der bescheideneren Absicht zu begnügen, einige der nächstliegenden Sätze der statistischen Mechanik abzuleiten. Hier kann kein Irrtum obwalten bezüglich der Übereinstimmung zwischen Hypothesen und Naturtatsachen, denn es werden in dieser Beziehung überhaupt keine Annahmen gemacht. Der einzige Irrtum, in den man geraten kann, ist ein Mangel an Übereinstimmung zwischen Voraussetzung und Schluß, und dieser läßt sich, wie man hoffen darf, bei einiger Sorgfalt vermeiden.

Der Inhalt des vorliegenden Buches besteht zu einem ausgedehnten Maße aus den Ergebnissen, welche die oben genannten Forscher erhalten hatten, wenn auch der Ausgangspunkt und die Betrachtungsweise abweichend sein mögen. Denn jene Ergebnisse sind der Öffentlichkeit in der Reihenfolge mitgeteilt worden, wie sie entdeckt worden sind, und waren demgemäß nicht im Sinne einer möglichst logischen Entwicklung geordnet.

Im ersten Kapitel betrachten wir die allgemeine Aufgabe, die oben erwähnt worden ist, und finden die Gleichung, welche die Fundamentalgleichung der statistischen Mechanik genannt werden kann. Ein besonderer Fall dieser Gleichung ergibt den Fall des statistischen Gleichgewichts, d. h. die Bedingung, welcher die Phasenverteilung des Gebildes genügen muß, damit sie zeitlich unverändert bleibt. Im allgemeinen Falle gestattet die Fundamentalgleichung eine Integration, woraus ein Prinzip folgt, das man verschieden benennen kann. Je nach dem Gesichtspunkte, von dem man es betrachtet, kann man es als das von der Erhaltung der Phasendichte oder Phasenausdehnung oder der Phasenwahrscheinlichkeit bezeichnen.

Im zweiten Kapitel wird das Prinzip von der Erhaltung der Phasenwahrscheinlichkeit auf die Theorie der Fehler in der berechneten Phase eines Gebildes angewendet, wenn die Bestimmung der willkürlichen Konstanten der

Integralgleichung einem Fehler ausgesetzt ist. Bei dieser Anwendung überschreiten wir nicht die gebräuchlichen Annäherungen. Wir verbinden mit anderen Worten das Prinzip von der Erhaltung der Phasenwahrscheinlichkeit, welches exakt ist, mit den angenäherten Beziehungen, deren Annahme in der Theorie der Fehler gebräuchlich ist.

Im dritten Kapitel wird das Prinzip von der Erhaltung der Phasenausdehnung auf die Integration der Bewegungsgleichungen angewendet. Dies ergibt Jacobis letzten Multiplikator, wie Boltzmann gezeigt hat.

Im vierten Kapitel und den folgenden kommen wir auf die Betrachtung des statistischen Gleichgewichtes zurück und beschränken unsere Untersuchung auf konservative Gebilde. Insbesondere betrachten wir Inbegriffe von Gebilden, bei denen der Index (oder Logarithmus) der Phasenwahrscheinlichkeit eine lineare Funktion der Energie ist. Diese Verteilung habe ich wegen ihrer besonderen Wichtigkeit in der Theorie der statistischen Gleichgewichte, die kanonische zu nennen vorgeschlagen, und den Divisor der Energie den Modulus der Verteilung. Die Moduli dieser Gesamtheiten haben Eigenschaften, die denen der Temperatur insoferne ähnlich sind, als Gleichheit der Moduli eine Bedingung des Gleichgewichtes bezüglich des Austausches der Energie darstellt, falls ein solcher Austausch ermöglicht wird.

Wir finden eine Differentialgleichung bezüglich der Mittelwerte im Gesamtgebilde, welche in der Form mit der fundamentalen Differentialgleichung in der Thermodynamik übereinstimmt, indem der Mittelwert des Index der Phasenwahrscheinlichkeit mit umgekehrten Zeichen der Entropie entspricht, und der Modulus der Temperatur. — Für den Mittelwert der Quadrate der Abweichungen der Energie finden wir einen Ausdruck, welcher im Vergleiche mit dem Quadrat der mittleren Energie verschwindet, falls die Anzahl der Freiheiten unbegrenzt vermehrt wird. Eine Gesamtheit von Gebilden, in welchen die Anzahl der Freiheiten von derselben Ordnung ist, wie die Anzahl der Molekeln in den Körpern, die wir beobachten, würde bei kanonischer Verteilung der menschlichen Beobachtung wie eine Gesamtheit von Gebilden erscheinen, die alle die gleiche Energie haben.

Bei der weiteren Entwicklung treffen wir andere Eigenschaften an, welche bei sehr großer Zahl der Freiheitsgrade im wesentlichen betrifft des Modulus und des negativ genommenen mittleren Index der Wahrscheinlichkeit mit einem kanonischen Gesamtgebilde übereinstimmen, und welche daher gleichfalls als der Temperatur und Entropie entsprechend angesehen werden können. Ist indessen die Anzahl der Freiheitsgrade nicht sehr groß, so ist auch die Übereinstimmung unvollkommen, und zur Empfehlung dieser Größen ist nichts mehr zu sagen, als daß sie der Definition nach als einfacher gegenüber der erwähnten angesehen werden können. Im Kapitel 14 ist dieser Gegenstand der thermodynamischen Analogie ziemlich ausführlich erörtert.

Schließlich erörtern wir im 15. Kapitel die Abänderungen, welche in den vorangegangenen Ergebnissen eintreten, wenn wir Gebilde betrachten, die aus völlig ähnlichen Partikeln bestehen oder auch aus mehreren Arten von Partikeln (wobei die Partikel jeder Art unter sich völlig übereinstimmend sind), und wenn eine der zu untersuchenden Variationen in der Änderung der Anzahl der Partikeln besteht, die von jeder Art im Gebilde vorhanden sind. Diese Annahmen wären natürlich früher eingeführt worden, wenn der Gegenstand

dieser Arbeit die Darstellung der Naturgesetze gewesen wäre. Es erschien indessen wünschenswert, die rein thermodynamischen Gesetze scharf von diesen besonderen Modifikationen zu trennen, welche vielmehr zu der Theorie von den Eigenschaften der Materie gehören.“ *St. Meyer.*

**Lehrbuch der Physik.** Von O. D. Chwolson. 1. Bd. übersetzt von H. Pflaum. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1902. 791 S.

Wir haben hier eines der besten größeren Lehrbücher der Physik, wenn nicht das beste, vor uns, welches je geschrieben worden ist. Der erste Wunsch, welcher beim Durchsehen des vorliegenden ersten Bandes dem Referenten kam, war: „Wenn nur bald die weiteren Bände erscheinen würden“. Wie hier die direkte Anschauung, die graphische Darstellung und die leicht verständlichen mathematischen Auseinandersetzungen Hand in Hand gehen, um dem Lernenden selbst schwierige Sachen klarzulegen, muß man als eine meisterhafte Leistung ansehen. Dabei kommen stets die modernsten Anschauungen zum Wort, ja Herr Prof. Ostwald äußert sich dahin, „daß das Werk von Chwolson in einem moderneren Sinne geschrieben ist, als irgend ein anderes ihm bekanntes Lehrbuch der Physik“. Voll beipflichten müssen wir auch den einbegleitenden Worten des Herrn E. Wiedemann, welcher von dem Werk sagt: „Neben den vorhandenen deutschen Lehrbüchern wird es sich sicher eine Stelle erobern, da der russische Gelehrte den Stoff in wesentlich anderer Weise anordnet und darstellt, als dies meistens geschieht, und zwar, wie mir scheint, in einer den Fortschritten der Wissenschaft entsprechenden Form, die besonders für denjenigen anregend und förderlich ist, der sich mit den Elementartatsachen der Physik vertraut gemacht hat. Dadurch wird das Buch auch für unsere ganze Unterrichtsmethode von Wert sein“. Der vorliegende Band ist nach der zweiten russischen Auflage (1900) übersetzt worden, doch wurden vom Verfasser zahlreiche Änderungen und Ergänzungen eingeführt, die er sich seit Anfang 1900 für eine etwaige weitere Auflage vorgemerkt hatte. Es reicht somit das Werk bis auf die Gegenwart, was besonders angenehm in den Literaturangaben hervorsticht. Diese sind überhaupt eine sehr wertvolle Beigabe des Ganzen, da sie in erschöpfender Weise jedem Kapitel beigelegt sind. Besonders wohltuend ist es, daß der Verfasser sich frei von jeder Polemik hält, nur Tatsächliches bringt, auf strittiges Gebiet nur durch die Literaturangaben hinweist. Ein großer Vorzug ist die harmonische Darstellung des Ganzen, die man so häufig bei ähnlichen Lehrbüchern vermißt, deren einzelne Kapitel von verschiedenen Verfassern herrühren. Es wird sich auch unter den deutschen Physikern Chwolsons Werk zahlreiche Freunde erwerben. Der Inhalt des ersten Bandes ist: Einleitung. — Mechanik. — Einige Meßinstrumente und Meßmethoden. — Die Lehre von den Gasen, Flüssigkeiten und festen Körpern. *G. J.*

**Formeln und Lehrsätze der allgemeinen Mechanik in systematischer und geschichtlicher Entwicklung.** Von Karl Heun. Leipzig, G. J. Göschensche Verlagshandlung, 1902. 112 S.

Der Verfasser wurde von seinen Hörern gebeten, ein kleines Kompendium der theoretischen Mechanik für die Repetition zu empfehlen, da ihm aber ein entsprechendes Buch nicht bekannt war, so entschloß er sich, einen „kurzen